

Projektszám: <b>98öu3</b>	HUF <b>891 480</b> EUR <b>156</b>
Pályázó neve: <b>Prof. Dr. Christian Pötzsche</b>	Intézménye: <b>Alpen-Adria Universität Klagenfurt</b>
Projektpartner neve: <b>Dr. Pituk Mihály egyetemi tanár</b>	Intézménye: <b>Pannon Egyetem</b>
Pályázat címe: <b>Asymptotic Relations for Linear Nonautonomous Dynamical Systems</b>	

**A projekt jellege: (kérjük bejelölni)**

- Workshop, konferencia
- Publikáció, tananyag
- Kutatási együttműködés
- Oktatási program

**Beszámoló/Eredmények**

Kölcsönös látogatások:

Pituk Mihály Klagenfurtban: 2018. március 28- április 4 és 2018. augusztus 4- augusztus 11 között

Christian Pötzsche Veszprémben: 2018. július 1- július 12 és 2018. augusztus 30 - szeptember 3 között

Kutatási célok és eredmények:

Az együttműködés rendkívül eredményesnek és gyümölcsözőnek bizonyult, a projektjavaslatban megfogalmazott célokat sikerült elérni. Az együttműködésből a következő két közös dolgozat született:

1. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity beyond asymptotically autonomous linear difference equations*, megjelent (Applied Mathematics Letters 86 (2018), 149–156)

*Összefoglaló:* Ismeretes, hogy ha egy lineáris autonóm differenciaegyenlet együtthatómátrixa nemnegatív és primitív, akkor a nemnegatív kezdeti vektorokból induló megoldások erősen ergodikusak. Korábban a nemnegatív megoldások erősen ergodikus tulajdonságát kiterjesztették aszimptotikusan konstans együtthatós lineáris egyenletekre is. Ebben a cikkben azt mutatjuk meg, hogy bizonyos esetekben a nemnegatív megoldások hasonló ergodikus tulajdonsággal rendelkeznek akkor is, ha az együtthatómátrix-függvény nem aszimptotikusan konstans.

2. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity in nonautonomous linear ordinary differential equations* (20 oldal), 2018.09.13-án benyújtva közlésre a Journal of Mathematical Analysis and Applications folyóirathoz, jelenleg elbírálás alatt van.

*Összefoglaló:* A dolgozatban nemiautonóm lineáris differenciálegyenletek pozitív megoldásainak gyenge és erős ergodikus tulajdonságait vizsgáljuk. Megmutatjuk, hogy ha az együtthatómátrix-függvény korlátos, lényegében nemnegatív és egyenletesen irreducibilis, akkor a normalizált pozitív megoldások a végtelenben aszimptotikusan ekvivalensek az erősen pozitív átviteli mátrixfüggvény Perron vektoraival (gyenge ergodicitás). Ha az előző feltételeken kívül az együtthatómátrix-függvény még egyenletesen folytonos is, akkor a normalizált pozitív megoldások konvergenciája ugyanahhoz a pozitív limeszvektorhoz (erős ergodicitás) ekvivalens az együtthatómátrix-függvény Perron vektorainak konvergenciájával.

Publikációs jegyzék:

1. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity beyond asymptotically autonomous linear difference equations*, Applied Mathematics Letters 86 (2018), 149–156
2. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity in nonautonomous linear ordinary differential equations* (20 oldal), 2018.09.13-án benyújtva közlésre a Journal of Mathematical Analysis and Applications folyóirathoz

Projektnummer: <b>98öu3</b>		HUF <b>891 480</b> EUR <b>156</b>
Antragsteller: <b>Prof. Dr. Christian Pötzsche</b>		Institut: <b>Alpen-Adria Universität Klagenfurt</b>
Projektpartner: <b>Prof. Mihály Pituk</b>		Institut: <b>University of Pannonia</b>
Titel: <b>Asymptotik linearer nichtautonomer dynamischer Systeme</b>		

#### Art der Förderung:

- Workshop, Konferenz
- Publikation, Lehrmaterial
- Forschungsprojekt
- Unterrichtsprojekt

#### Bericht

##### Gegenseitige Besuche:

Mihály Pituk in Klagenfurt: 28. März bis 4. April 2018 und 4. bis 11. August 2018  
 Christian Pötzsche in Veszprém: 1. bis 12. Juli 2018 und 30. August bis 3. September 2018

##### Forschungsziele und Resultate:

Die Zusammenarbeit erwies sich als ungemein fruchtbar und die im Projektantrag formulierten Forschungsziele konnten erreicht werden. Dabei entstanden zwei Arbeiten, die als Ausdruck beiliegen:

1. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity beyond asymptotically autonomous linear difference equations*, bereits veröffentlicht (Applied Mathematics Letters 86 (2018), 149–156)  
*Zusammenfassung:* Es ist bekannt, dass, wenn die Koeffizientenmatrix einer linearen autonomen Differenzgleichung nicht-negativ und primitiv ist, die Lösungen, die in nicht-negativen Anfangsdaten starten, stark ergodisch sind. Die starke ergodische Eigenschaft der nicht-negativen Lösungen wurde früher auf Gleichungen mit asymptotisch-konstanten Koeffizienten erweitert. In diesem Artikel stellen wir eine Verallgemeinerung der vorherigen Ergebnisse vor, indem wir zeigen, dass die nichtnegativen Lösungen auch in einigen Fällen eine ähnliche ergodische Eigenschaft erfüllen, wenn die Koeffizientenmatrizen nicht asymptotisch konstant sind.
2. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity in nonautonomous linear ordinary differential equations* (20 Seiten) wurde am 13.09.2018 beim Journal of Mathematical Analysis and Applications eingereicht und befindet sich in der Begutachtung.  
*Zusammenfassung:* Schwache und starke ergodische Eigenschaften der positiven Lösungen von nichtautonomen linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen werden betrachtet. Es wird gezeigt, dass, wenn die Koeffizientenmatrixfunktion beschränkt, im Wesentlichen nichtnegativ und gleichmäßig irreduzibel ist, die normalisierten positiven Lösungen asymptotisch den Perron-Vektoren der stark-positiven Übergangsmatrix im Unendlichen entsprechen (schwache Ergodizität). Wenn zusätzlich die Koeffizientenmatrixfunktion gleichmäßig stetig ist, so entspricht die Konvergenz der normalisierten positiven Lösungen zu demselben stark-positiven Limesvektor (starke Ergodizität) gerade der Konvergenz der Perron-Vektoren der Koeffizientenmatrizen.

##### Publikationsliste:

1. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity beyond asymptotically autonomous linear difference equations*, Applied Mathematics Letters 86 (2018), 149–156
2. *M. Pituk and C. Pötzsche: Ergodicity in nonautonomous linear ordinary differential equations* (20 Seiten), am 13.09.2018 beim Journal of Mathematical Analysis and Applications eingereicht

## **Abschlußbericht**

### **Weitere Fragen zu den Ergebnissen:**

#### **1. Nutzung und Verbreitung der Ergebnisse:**

Welchen konkreten Nutzen konnten Sie und Ihr Kooperationspartner aus dem Projekt gewinnen. Bitte denken Sie insbesondere an Publikationen, Experimente, gemeinsame Seminare, Sommerschools und/oder an eine anderweitige Umsetzung in die Praxis.

*Ich konnte mich in neue mathematische Methoden einarbeiten, aus denen zwei Publikationen entstanden.*

#### **2. Durchführung:**

Welche konkrete Änderungen gegenüber der Planung ergaben sich hinsichtlich Inhalte und Mitarbeit/Anzahl der Teilnehmer während des Projektverlaufes?

*Im Wesentlichen keine.*

#### **3. Bewertung:**

Bitte führen Sie besonders positive, aber auch negative Beobachtungen und Erfahrungen an. Ev. langfristige Auswirkungen Ihres Projektes?

*Das ohnehin bereits gute Verhältnis zu meinem Projektpartner hat sich noch verbessert.*

#### **4. Perspektiven:**

Hat sich eine Fortführung der Kooperation ergeben?

- a. Welche geplante Fortführung gibt es?
- b. Welche konkrete Fortführung gibt es?

*Im Prinzip ja: Ein Kollege (Dr. Ábel Garab) ist gegenwärtig mit in die Kooperation eingebunden.*

#### **5. Verbesserungsvorschläge:**

Nenne Sie uns, Bitte, Verbesserungsvorschläge, wie Sie Ihre Arbeit oder wie wir unseren Service besser gestalten könnten?

-

Datum: Dezember 31, 2018



Antragsteller (Unterschrift)



Projektpartner (Unterschrift)